

1ª Parte: Matemática

Grupo I

- Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.
- Escreva, na folha de respostas:
 - o número do item;
 - letra que identifica a única opção escolhida.
- Não apresente cálculos, nem justificações.

- [2,0] 1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes;
- $P(\overline{A}) = \frac{7}{10}$;
- $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$.

Qual é o valor de $P(B)$?

- (a) $\frac{5}{14}$. (b) $\frac{9}{14}$. (c) $\frac{9}{20}$. (d) $\frac{11}{20}$.

- [2,0] 2. Seja a função $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \log_2(2 \times \sqrt[3]{x})$.

Indique qual das expressões seguintes também pode definir a função g .

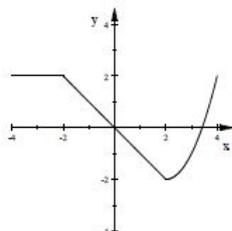
- (a) $2 + \log_2(\sqrt[3]{x})$.
(b) $2 \log_2(\sqrt[3]{x})$.
(c) $\frac{3 + \log_2(x)}{3}$.
(d) $\frac{1 + \log_2(x)}{2}$.

- [2,0] 3. De uma função f sabe-se que $f(x) + f''(x) = 0$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

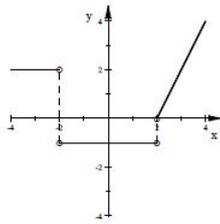
Qual das seguintes expressões pode ser a função f ?

- (a) $\text{sen } x$. (b) e^x . (c) x . (d) $\ln x$.

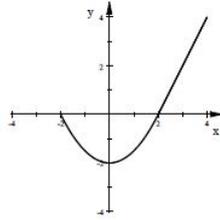
- [2,0] 4. Na figura está desenhada parte da representação gráfica da função g .



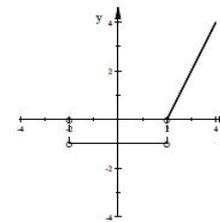
Qual dos seguintes gráficos pode representar o gráfico de g' (a função derivada de g)?



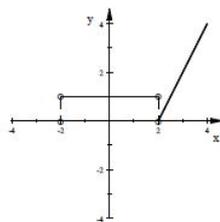
(a)



(b)



(c)



(d)

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente as justificações necessárias e todos os cálculos que tiver de efetuar

1. Considere a função definida por

$$f(x) = \frac{e^x - e^{5x}}{2x}.$$

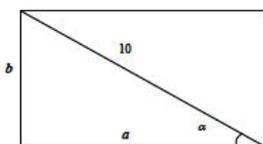
[1,5] (a) Determine o domínio de f .

[1,5] (b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

[2,0] 2. Mostre que

$$\operatorname{sen} x \operatorname{tg} x + \cos x = \frac{1}{\cos x}.$$

3. A figura representa um jardim rectângular de comprimento a , profundidade b e diagonal 10 m. α é o ângulo da diagonal com o comprimento.



[2,0] (a) Mostre que a área do jardim (em m^2) pode ser expressa por:

$$\text{Área} = 50\text{sen}(2\alpha).$$

[2,0] (b) Utilize a expressão da área anterior para determinar qual a amplitude de α que torna máxima a área do jardim.

[3,0] 4. Considere a função $f : D_f \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \log |1 + x|.$$

Estude a monotonia e concavidades de f e calcule, caso existam, os seus extremos relativos e pontos de inflexão.