Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do IPS dos Maiores de 23 Anos

PROVA TIPO DE MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES

· A prova tem a duração de **1h30m**;

· Leia atentamente a prova antes de começar;

· A prova é constituida por 2 Grupos, **I** (Escolha múltipla) e **II** (Questões de resposta aberta);

· A prova inclui um Formulário;

· Não é permitido o uso de corretor. Em caso de engano, deve riscar, de forma evidente, aquilo que pretende que não seja classificado.

GRUPO I

INSTRUÇÕES

· Este grupo inclui cinco questões de escolha múltipla;

· Em cada uma delas são apresentadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta. **Assinale-a com um X na folha de respostas**;

· Não apresente cálculos nem justificações;

· Cada resposta errada, não respondida ou anulada será cotada com 0 valores.

(**1.5** val.) **Questão 1**

Considere a seguinte expressão $\ln(2x^2) + 2\ln(x)$, onde ln representa o logaritmo de base e. Apenas uma das seguintes expressões é uma simplificação da expressão dada. Indique qual.

(A) $4\ln(x^3)$

(B) $\ln(2x^4)$

(C) $2\ln(2x^3)$

(D) $2\ln(2x)$

(**1.5** val.) **Questão 2**

Seja $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{(x-1)(x-2)}$. Assinale qual o domínio, D, de f.

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$

(C) $D =]-\infty, 1] \cup [2, +\infty[$

(D) $D = [-1, +\infty[\setminus \{1, 2\}$

(**1.5** val.) **Questão 3**

Indique qual o valor do seguinte limite: $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$

(A) 0

(B) 1

(C) $+\infty$

(D) 2

(**1.5** val.) **Questão 4**

Indique qual o valor do seguinte limite: $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{2x^3+2x+1}{x^3-1}$

(A) 2

(B) $+\infty$

(C) 0

(D) -1

(**1.5** val.) **Questão 5**

Seja $\theta \in [0, 2\pi[$ a amplitude de um determinado ângulo. Qual das seguintes expressões corresponde a uma simplificação de $-\cos^2\theta\,\mathrm{sen}^2\theta + \mathrm{sen}^2\theta$?

(A) 0

(B) $-\mathrm{sen}^4\theta$

(C) $\mathrm{sen}^4\theta$

(D) $\mathrm{sen}^2\theta\cos^2\theta$

GRUPO II

INSTRUÇÕES
· Este grupo inclui quatro questões de resposta aberta, duas das quais subdivididas em alíneas;
· Cada questão tem a sua própria folha de resposta. Deverá apresentar a sua resolução na folha de resposta adequada.

(**3.0** val.) **Questão 1**

Seja g uma função definida por $g(x) = \dfrac{2e^{-x^2}}{x-1}$. Determine a derivada da função, apresentando o resultado na forma mais simplificada possível.

(**3.0** val.) **Questão 2**

Seja f a função definida por $f(x) = (x+1)^2$.

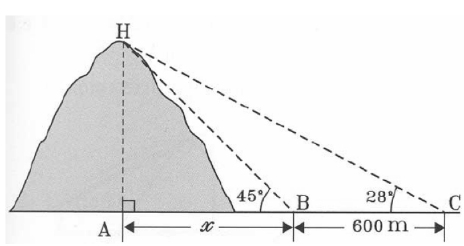
(2.0 val.) a) Determine, utilizando a definição de derivada, $f'(0)$;

(1.0 val.) b) Escreva uma equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 0.

(**2.5** val.) **Questão 3**

Calcule a altura da montanha representada na figura seguinte.

Nota: Sempre que proceder a arredondamentos, use, pelo menos, duas casas decimais e apresente o resultado final arredondado às décimas.



(**4.0** val.) **Questão 4**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+4}{3x+2} & \text{se} \quad x \geq 0 \\[2ex] \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{se} \quad x < 0. \end{cases}$$

(2.0 val.) a) Sem recorrer à calculadora mostre que a função é contínua em $x = 0$;

(2.0 val.) b) Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

FORMULÁRIO

Regras de Derivação:

$$
\begin{aligned}
(u+v)' &= u' + v' \\
(u\,v)' &= u'v + uv' \\
\left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\
(u^n)' &= nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R}) \\
(\operatorname{sen} u)' &= u' \cos u \\
(\cos u)' &= -u' \operatorname{sen} u \\
(\operatorname{tg} u)' &= \frac{u'}{\cos^2 u} \\
(e^u)' &= u' e^u \\
(a^u)' &= u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}) \\
(\ln u)' &= \frac{u'}{u} \\
(\log_a u)' &= \frac{u'}{u \, \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})
\end{aligned}
$$

Trigonometria:

Ângulos	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin\alpha$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos\alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0

Limites Notáveis:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to +\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{x} = e^{k} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{e^{x}}{x^{p}} = +\infty \ (p\in\mathbb{R}) \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\ln{(x+1)}}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to +\infty}\frac{\ln{(x)}}{x^{p}} = 0 \ (p>0)$$