

Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 12-06-2024

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz ☒.



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.

Candidato n.º _____

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)}$$

com $P(A) > 0$ e $k = 1, 2, 3$.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \simeq 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \simeq 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \simeq 0,9973$$

Candidato n.º _____

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. Foram observados 120 carros, durante a hora de ponta da manhã, com o objetivo de averiguar quantas pessoas havia em cada carro. Os resultados estão representados na Figura 1.

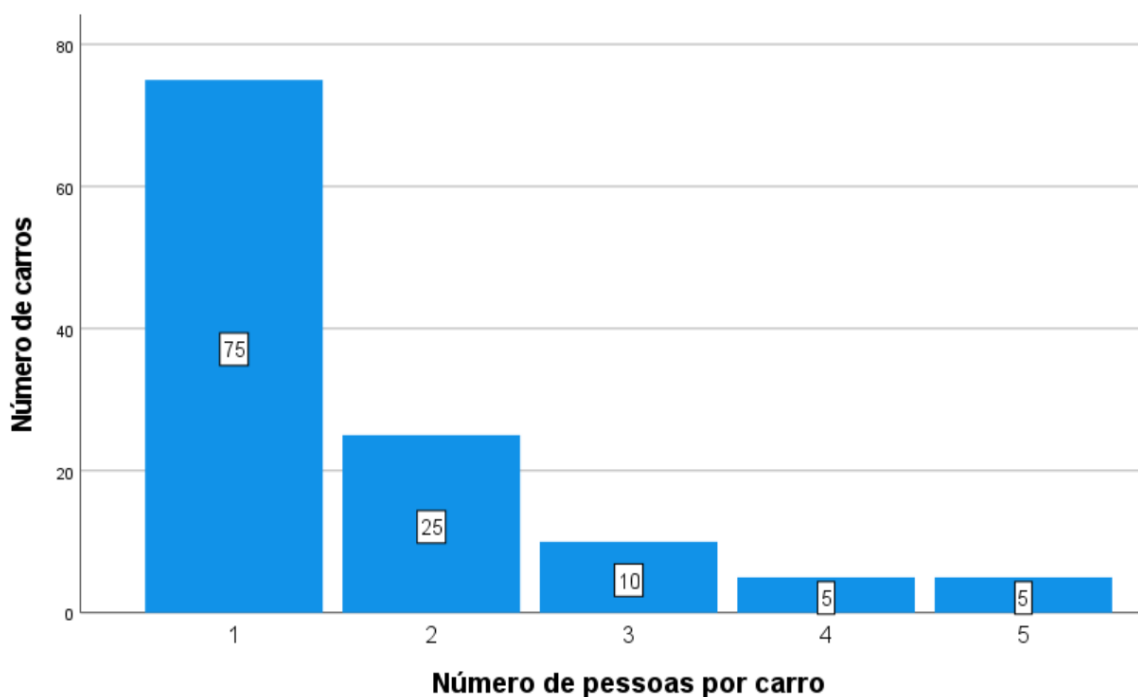


Figura 1

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 1.1. A variável, cujos dados estão representados na Figura 1, é:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| ☐ (A) Nominal | ☐ (D) Contínua |
| ☐ (B) Ordinal | ☐ (E) Qualitativa |
| ☐ (C) Discreta | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

1.2. Tendo em conta o número de pessoas por carro, é possível afirmar que:

- ☐ (A) 40% dos carros levam pelo menos duas pessoas
- ☐ (B) 20% dos carros levam mais do que duas pessoas
- ☐ (C) 75% dos carros levam apenas uma pessoa
- ☐ (D) 62,5% dos carros levam apenas uma pessoa
- ☐ (E) 87,5% dos carros levam menos do que duas pessoas
- ☐ (F) Nenhuma das anteriores

2. A Tabela 1 apresenta o número de atletas de uma prova de trail, organizados por sexo e se concluíram ou não a prova.

Tabela 1

	Não concluiu	Concluiu
Masculino	130	710
Feminino	20	340

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

2.1. A percentagem (arredondada às unidades) de atletas do sexo feminino é:

- ☐ (A) 6% ☐ (D) 70%
- ☐ (B) 30% ☐ (E) 18%
- ☐ (C) 95% ☐ (F) Nenhuma das anteriores

2.2. A percentagem (arredondada às unidades) de atletas que concluíram a prova é:

- ☐ (A) 48% ☐ (D) 88%
- ☐ (B) 12% ☐ (E) 32%
- ☐ (C) 68% ☐ (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. Numa prova de trail ou de skyrunning, um dos fatores que influencia o ritmo dos atletas é a percentagem de inclinação média da prova. A Tabela 2 apresenta o ritmo do vencedor (em minutos por km) em função da inclinação média, em 8 provas distintas.

Tabela 2

Inclinação média (em percentagem)	6,7	5,0	4,0	3,8	5,3	5,0	5,7	4,2
Ritmo (em minutos por km)	6,2	5,7	5,0	4,5	5,8	4,8	5,3	5,5

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente o ritmo, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na Tabela 2 é:

- | | |
|--|---|
| ☐ (A) $y = 0,43x + 3,23$ | ☐ (D) $y = 0,50x + 3,15$ |
| ☐ (B) $y = 3,23x + 2,10$ | ☐ (E) $y = 3,23x + 0,32$ |
| ☐ (C) $y = -0,43x + 7,00$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

- 3.2. Com base no modelo de regressão linear anterior (com os valores arredondados a duas casas decimais), o ritmo predito do vencedor numa prova cuja percentagem de inclinação média seja 5,0 é:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| ☐ (A) 5,70 | ☐ (D) 5,85 |
| ☐ (B) 4,80 | ☐ (E) 5,38 |
| ☐ (C) 6,75 | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

4. Num certo destino de férias, uma agência de viagens tem contrato com três hotéis: A, B e C. No verão passado, verificou-se que 40% dos clientes escolheram o hotel A, 50% o hotel B e 10% o hotel C.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 4.1 Dos clientes que escolheram o hotel A, 6% apresentaram uma reclamação, dos que escolheram o hotel B, 10% apresentaram uma reclamação e dos que escolheram o hotel C, 4% apresentaram uma reclamação. A percentagem (arredondada às unidades) de clientes que apresentaram uma reclamação é:

☐ (A) 7%

☐ (D) 8%

☐ (B) 11%

☐ (E) 33%

☐ (C) 20%

☐ (F) Nenhuma das anteriores

- 4.2 Admita que o tempo que os clientes ficam alojados num dos hotéis segue uma distribuição normal de valor médio 8 dias e desvio padrão 2 dias. A probabilidade (com quatro casas decimais) de um cliente selecionado ao acaso ficar alojado pelo menos 10 dias é:

☐ (A) 0,1587

☐ (D) 0,6827

☐ (B) 0,3173

☐ (E) 0,7088

☐ (C) 0,4601

☐ (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

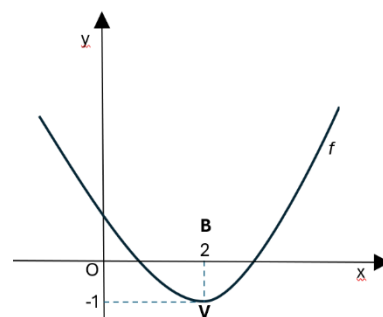
GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;
Otimização; Funções de Crescimento

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. Na figura está representada, num referencial ortonormado xOy , parte da parábola que é o gráfico de uma função f .

Sabe-se que:

- O ponto V , vértice da parábola, tem coordenadas $(2, -1)$;
- A parábola interseca o eixo Oy no ponto de ordenada 1;
- O ponto B pertence ao eixo Ox e tem a mesma abcissa do ponto V .



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

5.1. A função f pode ser definida por uma expressão do tipo $f(x) = a(x - h)^2 + k$, onde a , h e k são números reais. Selecione a opção verdadeira:

- | | |
|---|--|
| ☐ (A) $a = 1, h = -1$ e $k = -2$ | ☐ (D) $a = 1/2, h = 2$ e $k = -1$ |
| ☐ (B) $a = 1/2, h = -2$ e $k = -1$ | ☐ (E) $a = 2, h = -2$ e $k = -1$ |
| ☐ (C) $a = 2, h = 2$ e $k = 1$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

5.2. Indique qual a área do triângulo $[OAB]$, sendo A o ponto pertencente ao gráfico da função f de coordenadas $(1, -\frac{1}{2})$:

- | | |
|--|---|
| ☐ (A) 1 | ☐ (D) $\frac{5}{2}$ |
| ☐ (B) 2 | ☐ (E) $\frac{5}{4}$ |
| ☐ (C) $\frac{1}{2}$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

5.3. Seja g a função definida por $g(x) = f(x - c) + d$. Quais são os valores reais de c e d de forma que:

- A função seja simétrica em relação ao eixo Oy ;
- O valor mínimo da função g seja -5 .

☐ (A) $c = -2$ e $d = -1$

☐ (D) $c = 2$ e $d = -4$

☐ (B) $c = -2$ e $d = -4$

☐ (E) $c = 2$ e $d = -5$

☐ (C) $c = 1$ e $d = -5$

☐ (F) Nenhuma das anteriores

6. O número de visualizações, em milhares de visualizações, que um determinado vídeo obtém ao longo do tempo (t), em dias, é modelado pela função definida por:

$$f(t) = \frac{200}{1 + be^{-0,5t}}, \quad t \geq 0$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

6.1. Sabendo que, ao fim de 5 dias, o vídeo obteve 115 mil visualizações, determine o parâmetro b (arredondado às unidades):

☐ (A) 60

☐ (D) -9

☐ (B) 200

☐ (E) 9

☐ (C) 6

☐ (F) Nenhuma das anteriores

6.2. Considere agora que o valor b é igual a 6. Quantos milhares de visualizações (arredondadas às unidades) se espera obter ao fim de 8 dias?

☐ (A) 180

☐ (D) 29

☐ (B) 134

☐ (E) 169

☐ (C) 57

☐ (F) Nenhuma das anteriores

6.3. Considere novamente que o valor b é igual a 6. Quantos dias seria preciso esperar para o vídeo obter 100 mil visualizações (com o resultado arredondado a uma casa decimal)?

☐ (A) 2,6

☐ (D) 3,6

☐ (B) 6

☐ (E) 0,9

☐ (C) 3,2

☐ (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Um terreno de forma retangular tem largura igual a x metros e perímetro de 120 metros. Seja $f(x)$ a função que representa a área do terreno em metros quadrados.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 7.1. Indique a expressão e o domínio da função $f(x)$:

- | | |
|--|---|
| ☐ (A) $f(x) = x^2 + 120x, \quad x \in]0, 120[$ | ☐ (D) $f(x) = -x^2 + 60x, \quad x \in]0, 60[$ |
| ☐ (B) $f(x) = -x^2 + 120x, \quad x \in]0, 60[$ | ☐ (E) $f(x) = -x^2 + 30x, \quad x \in]0, 30[$ |
| ☐ (C) $f(x) = x^2 - 30x, \quad x \in]0, 30[$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

- 7.2. O valor máximo possível da área do terreno é:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| ☐ (A) $120m^2$ | ☐ (D) $3600m^2$ |
| ☐ (B) $30m^2$ | ☐ (E) $1800m^2$ |
| ☐ (C) $60m^2$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

8. Considere uma região admissível referente a um problema de programação linear. Sabe-se que:

- O ponto $A(k, 20)$ é um dos vértices dessa região;
- A função objetivo é definida por $\text{Max } z = 5x + 8y$;
- O máximo da função objetivo é 310;
- O vértice A é a solução ótima do problema.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

Candidato n.º _____

8.1. O valor de k é:

- | | |
|------------------------------------|---|
| ☐ (A) 0 | ☐ (D) 30 |
| ☐ (B) 15 | ☐ (E) 45 |
| ☐ (C) 105/4 | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

8.2. Indique a restrição que não é compatível com a região admissível:

- | | |
|---|---|
| ☐ (A) $x \geq 0$ | ☐ (D) $x + y \geq 20$ |
| ☐ (B) $y \geq 0$ | ☐ (E) $x + y \leq 15$ |
| ☐ (C) $x + y \geq 0$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

9. Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

9.1. Uma expressão idêntica à expressão

$$3 \ln(a) + \ln(b) - \ln(c)$$

onde a , b e c são reais positivos é:

- | | |
|---|--|
| ☐ (A) $\ln\left(\frac{a^3b}{c}\right)$ | ☐ (D) $\ln(a^3 + b - c)$ |
| ☐ (B) $\ln\left(\frac{3ab}{c}\right)$ | ☐ (E) $3\ln\left(\frac{ab}{c}\right)$ |
| ☐ (C) $\ln(3a + b - c)$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

9.2. Qual dos seguintes conjuntos representa o domínio da função dada por:

$$f(x) = \log_{10}(x^2 - 1)$$

- | | |
|---|--|
| ☐ (A) $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ | ☐ (D) $] -1; 1[$ |
| ☐ (B) $[-1; 1]$ | ☐ (E) $] -\infty; -1[\cup] 1; +\infty[$ |
| ☐ (C) $] -\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ | ☐ (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

COTAÇÃO

PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão			Cotação (pontos)		
Grupo I	Obrigatórias					
	1.1.			3		
	1.2.			5		
	2.1.			4		
	2.2.			4		
	Optativas (Uma)					
	3.1.	4.1.		7	7	
	3.2.	4.2.		7	7	
	Subtotal			30		
Grupo II	Obrigatórias					
	5.1.			6		
	5.2.			4		
	5.3.			6		
	6.1.			8		
	6.2.			8		
	6.3.			8		
	Optativas (Duas)					
	7.1.	8.1.	9.1.	8	7	8
	7.2.	8.2.	9.2.	7	8	7
	Subtotal			70		
Total			100			