



Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 04-07-2022

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz .



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$\begin{aligned}P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) = \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)\end{aligned}$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)}$$

com k a assumir os valores 1 ou 2.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \simeq 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \simeq 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \simeq 0,9973$$

Candidato n.º _____

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. As despesas mensais, em euros, de uma determinada fábrica com o consumo de gás durante um ano, estão representadas na figura seguinte.

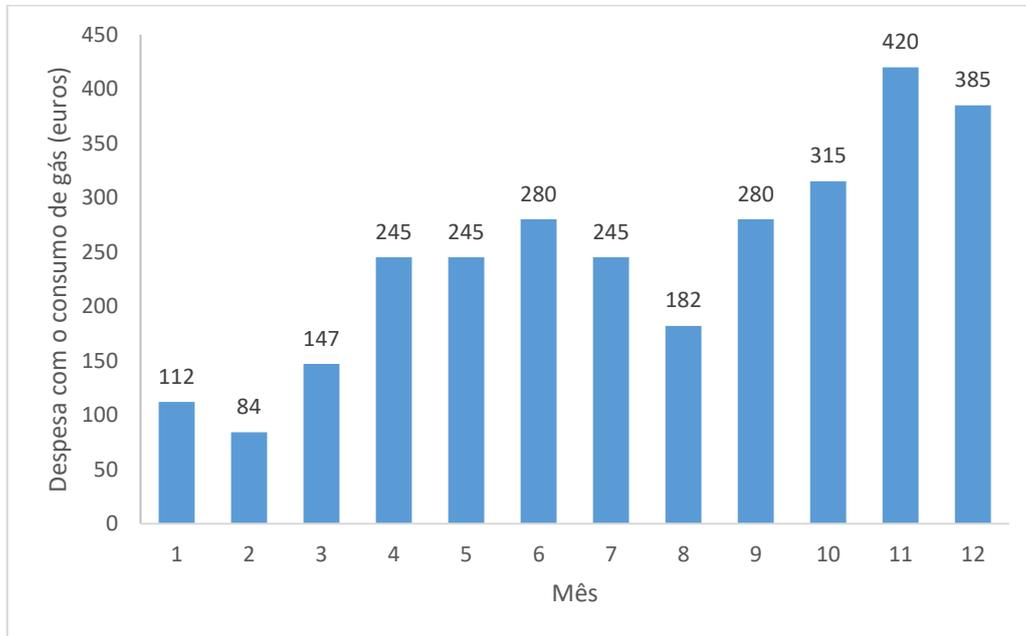


Figura 1

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 1.1. Considerando as despesas de consumo de gás, podemos afirmar que (arredondando a uma casa decimal):

- (A) 19,5% das despesas efetuaram-se em junho
- (B) 20,0% das despesas efetuaram-se no 1º trimestre
- (C) 37,9% das despesas efetuaram-se no 1º semestre
- (D) 50,0% das despesas efetuaram-se no 2º semestre
- (E) 72,6% das despesas efetuaram-se no 3º trimestre
- (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

1.2. A despesa média mensal do consumo de gás é:

- (A) Igual a 275
- (B) Inferior à mediana e à moda
- (C) Superior à mediana e à moda
- (D) Igual à mediana e à moda
- (E) Igual a 200
- (F) Nenhuma das anteriores

2. Considere que o consumo de gás em m^3 (arredondado à unidade) de famílias de uma cidade, pode ser representado de acordo com a tabela seguinte, que se encontra parcialmente preenchida:

Tabela 1

Consumo de gás natural	Número de famílias	Frequência relativa simples (%)	Frequência relativa acumulada (%)
[0,5[250	20	
[5,10[50
[10,15[40	
[15,20[a		

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

2.1. Com base nos dados da tabela 1, o valor de a é:

- (A) 10
- (B) 125
- (C) 150
- (D) 200
- (E) 250
- (F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

2.2. Se a média do consumo das famílias for igual a $9,5 \text{ m}^3$, pode afirmar-se que:

- (A) Menos de 30% das famílias têm um consumo superior à média
- (B) Mais de 80% das famílias têm um consumo inferior à média
- (C) Menos de 20% das famílias têm um consumo inferior à média
- (D) Mais de 35% das famílias têm um consumo superior à média
- (E) 50% das famílias têm um consumo igual à média
- (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. A despesa diária de um edifício com o consumo de gás propano (Y), em dezenas de euros, depende da temperatura exterior (X), em graus celsius. A tabela 2 apresenta o valor dessa despesa em função da temperatura exterior:

Tabela 2

Temperatura	5	8	10	9	15	18	20	19	25
Despesa	20	18	17	16	13	12	11	12	9

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente a despesa com o consumo de gás propano, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na tabela 2 é (com os valores arredondados a duas casas decimais):

(A) $y = 2198x - 541,0$

(D) $y = 0,54x + 21,98$

(B) $y = 21,98x + 0,54$

(E) $y = -11,34x - 0,33$

(C) $y = -0,54x + 21,98$

(F) Nenhuma das anteriores

- 3.2. Com base no modelo obtido, o valor do coeficiente de correlação (arredondado a duas casas decimais), só poderá ser:

(A) -1,05

(D) 1,5

(B) -0,98

(E) 98,5

(C) 0,98

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

4. O fornecimento de gás natural no nosso país é feito por diversas fontes e a diversos preços. Considere-se a variável aleatória que representa o valor da tarifa de gás.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 4.1 Admita que a tarifa de gás natural de um mês segue uma distribuição normal com desvio padrão igual a 0,08 €/kW e que a probabilidade da tarifa ser superior 0,48 €/kW é igual a 0,023. O valor do preço médio do gás natural (arredondado a duas casas decimais) é:

(A) 0,32 €/kW

(D) 0,56 €/kW

(B) 0,40 €/kW

(E) 0,64 €/kW

(C) 0,48 €/kW

(F) Nenhuma das anteriores

- 4.2 Admita que 55% do gás natural que chega ao nosso país provém da Nigéria e o restante de outros países. O aprovisionamento é feito por contratos de longo prazo, nos quais o comprador paga uma penalização se não comprar a quantidade de gás ao preço acordado. Admita que 9% do gás adquirido sofre penalização. Sabe-se que do gás adquirido à Nigéria, 10% sofreu uma penalização. A probabilidade (arredondada a duas casas decimais) de, selecionado aleatoriamente um determinado contrato de gás oriundo de outros países, este sofrer penalização é:

(A) 0,08

(D) 0,55

(B) 0,10

(E) 0,92

(C) 0,41

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

**GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;
Otimização; Funções de Crescimento**

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. A temperatura, na Serra da Estrela, num determinado dia é dada pela expressão:

$$f(t) = 0,5t^2 - 4t \quad \text{para } t \in [0, 10]$$

medida em graus celsius, onde t corresponde ao tempo (em horas) decorrido a partir das zero horas.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 5.1. A temperatura mínima atingida naquele dia foi de:

(A) $-16\text{ }^\circ\text{C}$

(D) $8\text{ }^\circ\text{C}$

(B) $-8\text{ }^\circ\text{C}$

(E) $16\text{ }^\circ\text{C}$

(C) $0\text{ }^\circ\text{C}$

(F) Nenhuma das anteriores

- 5.2. A temperatura foi negativa no intervalo de tempo:

(A) $]0, 8[$

(D) $]0, 4[$

(B) $[0, 8]$

(E) $[8, 10]$

(C) $] -8, 0[$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

6. No ano de 2006 surgiu numa região uma planta invasora. Admitindo que, t anos depois, o número de plantas invasoras nessa região é definido aproximadamente pela função:

$$f(t) = \frac{4000}{1 + 199 e^{-0,25t}}$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 6.1. O número de plantas invasoras que surgiram nessa região em 2006 foi:

(A) 10

(D) 2000

(B) 20

(E) 4000

(C) 200

(F) Nenhuma das anteriores

- 6.2. O número (arredondado às unidades) de plantas invasoras que existiam nessa região no ano de 2019 era:

(A) 459

(D) 2000

(B) 481

(E) 4000

(C) 500

(F) Nenhuma das anteriores

- 6.3. Sabendo que se pretende eliminar parte das plantas invasoras no primeiro ano em que a sua quantidade ultrapassar as 2200 plantas, indique o ano em que deverá ser feita essa intervenção:

(A) 2023

(D) 2030

(B) 2025

(E) 2039

(C) 2028

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Um vendedor de gelados conclui que, se vender os seus gelados a 5 euros cada um, num dado dia irá vender 100 gelados e que
- por cada euro de aumento do preço venderá menos 10 gelados;
 - por cada euro de diminuição do preço venderá mais 10 gelados.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 7.1. A função que descreve a receita do vendedor como função do preço x ($x \in [0, 15]$) dos gelados é:

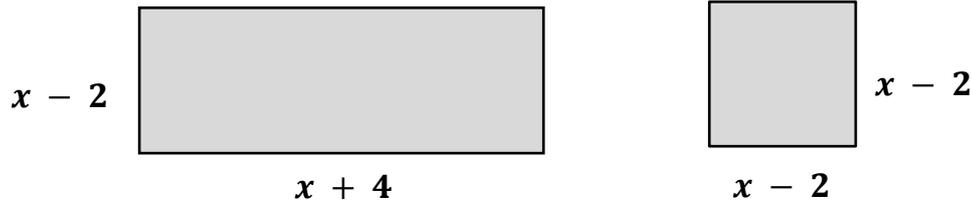
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> (A) $f(x) = 50x + 10x^2$ | <input type="checkbox"/> (D) $f(x) = 50x - 10x^2$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $f(x) = 100x - 5x^2$ | <input type="checkbox"/> (E) $f(x) = 150x + 10x^2$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $f(x) = 150x - 10x^2$ | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 7.2. Para que a receita seja máxima, o preço dos gelados deverá ser:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 2,5 euros | <input type="checkbox"/> (D) 10 euros |
| <input type="checkbox"/> (B) 4 euros | <input type="checkbox"/> (E) 12,5 euros |
| <input type="checkbox"/> (C) 7,5 euros | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

8. Observe as seguintes figuras considerando $x > 2$ (em metros):



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

8.1. O valor de x para o qual a área do retângulo é igual a quatro vezes a área do quadrado é:

(A) 3

(D) 6

(B) 4

(E) 7

(C) 5

(F) Nenhuma das anteriores

8.2. As duas figuras:

(A) Têm a mesma área se $x = 3$ m

(B) Têm a mesma área se $x = 4$ m

(C) Nunca têm a mesma área

(D) Têm a mesma área se a área for 4 m^2

(E) Têm a mesma área se a área for 8 m^2

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

9. Seja x um número real positivo e k uma constante. Considere a seguinte função:

$$f(x) = 10^3 \log(x) - \ln(e^{6x}) + \log_2\left(\frac{2^k}{8}\right)$$

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

9.1. Para $x > 0$, a expressão da função anterior é equivalente a:

(A) $x^3 - 6x + k - 8$

(D) $x^3 - 6x + k - 3$

(B) $x^3 - 6x + 3k$

(E) $-3x + k - 3$

(C) $\log(3x) - 6x + k - 3$

(F) Nenhuma das anteriores

9.2. Considerando $k = 3$, o valor de x que anula a função f , no seu domínio, é:

(A) $x = -6$

(D) $x = \sqrt{6}$

(B) $x = -\sqrt{6}$

(E) $x = 2, 5$

(C) $x = 1$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

COTAÇÃO

PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão	Cotação (pontos)		
Grupo I	Obrigatórias			
	1.1.	4		
	1.2.	4		
	2.1.	4		
	2.2.	4		
	Optativas			
	3.1.	4.1.	9	7
	3.2.	4.2.	5	7
	Subtotal		30	
	Grupo II	Obrigatórias		
5.1.		8		
5.2.		8		
6.1.		8		
6.2.		8		
6.3.		8		
Optativas				
7.1.		8.1.	9.1.	8 (x 2)
7.2.		8.2.	9.2.	7 (x 2)
Subtotal		70		
Total		100		