



Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 12-06-2025

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz .



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\
 &= P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + P(B_3)P(A | B_3)
 \end{aligned}$$

$$P(B_k | A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A | B_k)}{P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + P(B_3)P(A | B_3)}$$

com $P(A) > 0$ e $k = 1, 2, 3$.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

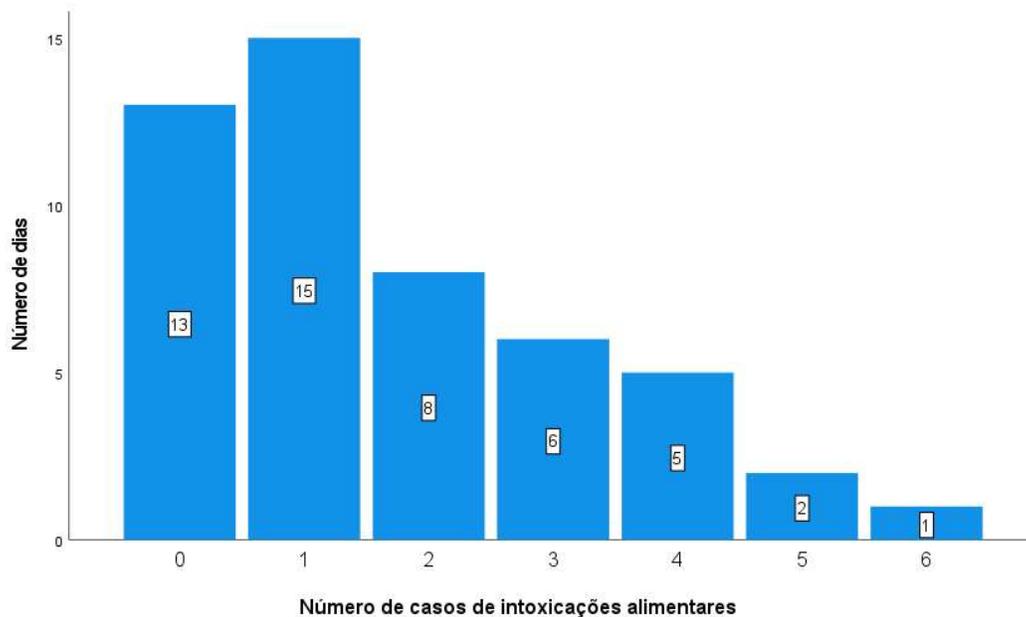
$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. Considere o número de casos de intoxicação, por dia, observados no refeitório de uma fábrica durante um período de 50 dias. Os resultados obtidos estão representados na figura seguinte.

Figura 1



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 1.1. Classifique a variável em estudo:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> (A) Discreta | <input type="checkbox"/> (D) Qualitativa |
| <input type="checkbox"/> (B) Categórica nominal | <input type="checkbox"/> (E) Categórica ordinal |
| <input type="checkbox"/> (C) Contínua | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

1.2. Considerando o número de casos de intoxicações alimentares, podemos afirmar que:

- (A) Em 30% dos dias houve duas intoxicações alimentares
- (B) Em 90% dos dias houve pelo menos uma intoxicação alimentar
- (C) Em 15% dos dias houve uma intoxicação alimentar
- (D) Em 28% dos dias houve mais de duas intoxicações alimentares
- (E) Em 28% dos dias houve não houve intoxicações alimentares
- (F) Nenhuma das anteriores

2. Foi feito um estudo sobre o número de quartos existentes nas habitações de famílias com quatro filhos. Foram inquiridas 200 destas famílias, residentes numa determinada cidade. Na Tabela 1 estão apresentados os resultados do inquérito realizado.

Tabela 1

Número de quartos por habitação	2	3	4	5
Frequência absoluta simples	a	130	b	10

Considere que a percentagem de famílias cuja habitação tem 4 quartos é de 20%. Com base nesta informação e na Tabela 1, selecione a única opção correta nas questões seguintes.

2.1. A percentagem de famílias cujas habitações têm mais de 2 quartos é igual a:

- (A) 10%
- (B) 40%
- (C) 60%
- (D) 80%
- (E) 90%
- (F) Nenhuma das anteriores

2.2. O número médio de quartos existentes nas habitações destas famílias é igual a:

- (A) 2,6
- (B) 2,8
- (C) 3,0
- (D) 3,2
- (E) 3,4
- (F) Nenhuma das anteriores

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. Um estudo sobre a influência da velocidade do vento (X), em km/h, na quantidade da água (Y) que se evapora por dia, em litros, numa certa barragem, considerando as temperaturas constantes, conduziu aos seguintes resultados:

Tabela 2

Velocidade do vento (X)	20	50	30	100	70	60	40	30
Quantidade da água (Y)	280	520	310	950	770	650	460	350

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente a quantidade de água, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na Tabela 2 (com valores arredondados a duas casas decimais) é:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> (A) $y = 9x - 86,25$ | <input type="checkbox"/> (D) $y = 90x + 86,25$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $y = -9x - 86,25$ | <input type="checkbox"/> (E) $y = 90x - 86,25$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $y = 9x + 86,25$ | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 3.2. Com base no modelo obtido, o valor do coeficiente de correlação linear (arredondado a duas casas decimais), só poderá ser:

- | | |
|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) -1,89 | <input type="checkbox"/> (D) 1,89 |
| <input type="checkbox"/> (B) -0,99 | <input type="checkbox"/> (E) 0,99 |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,89 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

4. Uma companhia aérea vende bilhetes a baixo custo apenas para Madrid e Paris. A companhia verificou que quando o destino é Madrid, 5% dos seus passageiros perdem o voo e que, quando o destino é Paris, 92% dos passageiros seguem viagem. Sabe-se que 30% dos bilhetes a baixo custo que a companhia vende têm Madrid como destino. Responda às seguintes questões, seleccionando a única opção correta.

4.1. A probabilidade de um passageiro, que comprou o bilhete nessa companhia aérea, perder o voo (utilize duas casas decimais) é:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,07 | <input type="checkbox"/> (D) 0,30 |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,23 | <input type="checkbox"/> (E) 0,50 |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,25 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

4.2. De acordo com informações da companhia aérea, o valor mediano do tempo de voo, entre Lisboa e Madrid é de 76 minutos. Admitindo que o tempo de voo entre Lisboa e Madrid tem uma distribuição normal e que a percentagem de tempo de voo superior a 96 minutos é aproximadamente 2,28%. O valor do desvio padrão da distribuição é:

- | | |
|---------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 1 | <input type="checkbox"/> (D) 26 |
| <input type="checkbox"/> (B) 10 | <input type="checkbox"/> (E) 30 |
| <input type="checkbox"/> (C) 20 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

**GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;
Otimização; Funções de Crescimento**

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. Uma cooperativa agrícola está a decidir como alocar os 120 hectares de terreno disponíveis entre o cultivo de milho (x hectares) e o de soja (y hectares). O objetivo é maximizar o lucro total, considerando as seguintes informações:

- Cada hectare de milho gera um lucro de 300 €; cada hectare de soja, 500 €;
- O cultivo de milho exige 2 horas de trabalho por hectare, enquanto o cultivo de soja exige 3 horas;
- A cooperativa dispõe de, no máximo, 240 horas de mão de obra por mês;
- Por razões de rotação de cultura e sustentabilidade, a área plantada com soja não pode exceder o dobro da área de milho;
- A produção mínima de milho exigida para contratos já firmados é de 20 hectares.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

5.1. Qual é a função que representa o objetivo da cooperativa?

- (A) Maximizar $Z = 300x + 500y$
- (B) Maximizar $Z = 500x + 300y$
- (C) Minimizar $Z = 300x + 500y$
- (D) Minimizar $Z = 500x + 300y$
- (E) Maximizar $Z = 300x + 300y$
- (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

5.2. Qual o sistema de inequações que representa corretamente todas as restrições do problema?

(A)
$$\begin{cases} x + y \geq 120 \\ 2x + 3y \geq 240 \\ y \geq 2x \\ x \leq 20 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ 2x + 3y \leq 240 \\ y \leq 2x \\ x \geq 20 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ 2x + 3y \geq 240 \\ y \leq 2x \\ x \geq 20 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(E)
$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ 2x + 3y \leq 240 \\ y \geq 2x \\ x \geq 20 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x + y \leq 120 \\ 2x + 3y \leq 240 \\ x \geq 2y \\ x \geq 20 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(F) Nenhuma das anteriores

5.3. A cooperativa agrícola decide plantar 50 hectares de milho e 30 hectares de soja. Qual será o lucro total?

(A) 37 000 €

(D) 36 000 €

(B) 30 000 €

(E) 40 000 €

(C) 33 000 €

(F) Nenhuma das anteriores

6. Uma certa planta cresce de forma que a sua altura, em centímetros, pode ser modelada pela função:

$$h(t) = a \times 1,5^t$$

onde t é o tempo em dias.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

6.1. Considerando a altura inicial e sabendo que ao fim de 3 dias a planta cresceu 4 cm, determine o parâmetro a (arredondado às unidades):

(A) 1

(D) 4

(B) 2

(E) 5

(C) 3

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

6.2. Considere $a = 4$. Qual é a altura da planta após 3 dias (com o resultado arredondado a uma casa decimal)?

- | | |
|--------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,7 cm | <input type="checkbox"/> (D) 9,1 cm |
| <input type="checkbox"/> (B) 7,0 cm | <input type="checkbox"/> (E) 27,2 cm |
| <input type="checkbox"/> (C) 13,5 cm | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

6.3. Considere novamente $a = 4$. Quantos dias serão necessários para que a planta atinja 30 cm de altura (com o resultado arredondado a uma casa decimal)?

- | | |
|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 1,0 | <input type="checkbox"/> (D) 0,5 |
| <input type="checkbox"/> (B) 2,3 | <input type="checkbox"/> (E) 5,0 |
| <input type="checkbox"/> (C) 3,2 | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Um projétil é lançado verticalmente a partir do solo com uma dada velocidade inicial v positiva. A altura, em relação ao solo, do projétil é não negativa e, em função do tempo, é modulada pela função

$$h(t) = vt - 5t^2, \text{ com } t \geq 0.$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

7.1. A altura máxima do projétil ocorre no instante em que a taxa de variação instantânea de h é zero. Assim, a altura máxima ocorre no instante:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> (A) $\frac{v}{5}$ | <input type="checkbox"/> (D) $10v$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $5v$ | <input type="checkbox"/> (E) $25v$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $\frac{v}{10}$ | <input type="checkbox"/> (F) $\frac{v}{25}$ |

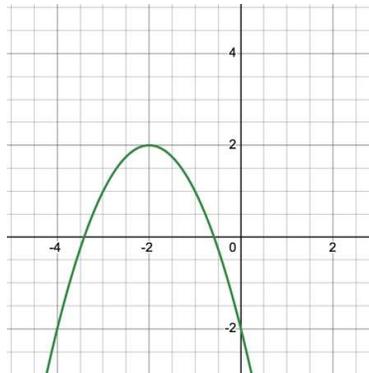
Candidato n.º _____

7.2. O projétil retorna ao solo no instante:

- (A) $\frac{v}{5}$
 (D) $10v$
- (B) $5v$
 (E) $25v$
- (C) $\frac{v}{10}$
 (F) $\frac{v}{25}$

8. Na seguinte figura temos a representação gráfica de uma função f quadrática:

Figura 2



Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

8.1. Qual das seguintes funções é a função representada no gráfico:

- (A) $f(x) = (x - 2)^2 - 2$
 (D) $f(x) = -2(x + 2)^2 + 2$
- (B) $f(x) = (x + 2)^2 - 2$
 (E) $f(x) = -x^2 - 4x - 2$
- (C) $f(x) = -(x - 2)^2 + 2$
 (F) Nenhuma das anteriores

8.2. Qual das seguintes transformações à função f garante que a função resultante é sempre positiva:

- (A) $y = -f(x)$
 (D) $y = -f(x) + 3$
- (B) $y = f(-x)$
 (E) $y = f(3x)$
- (C) $y = f(x) - 3$
 (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

9. Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

9.1. Considere a função

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2(x+1)}{x-1}\right).$$

Uma expressão idêntica a $f(x)$, para $x > 1$, é

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> (A) $2 \ln\left(\frac{x(x+1)}{x-1}\right)$ | <input type="checkbox"/> (D) $\ln(x^2 + x + 2)$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $\ln\left(\frac{2x(x+1)}{x-1}\right)$ | <input type="checkbox"/> (E) $\ln(x^2) + \ln(x+1) - \ln(x-1)$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $\ln[x^2 + (x+1) - (x-1)]$ | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

9.2. Considere a função:

$$f(x) = \log_5(x^2 - 3).$$

O domínio da função $f(x)$ é o conjunto

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> (A) $] -3, 3[$ | <input type="checkbox"/> (D) $] -\sqrt{3}, \sqrt{3}[$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $] -\infty, -3[\cup] 3, +\infty[$ | <input type="checkbox"/> (E) $] -\infty, -\sqrt{3}[\cup] \sqrt{3}, +\infty[$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $] -\infty, +\infty[$ | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |